

ANALISIS KESULITAN MAHASISWA DALAM MENYELESAIKAN SOAL BILANGAN REAL PADA MATA KULIAH ANALISIS REAL

Feby Sembiring¹⁾, Josua Purba^{2*)}, Kristiana Simbolon³⁾, Salve Manik⁴⁾, Elfitra⁵⁾

¹⁾²⁾³⁾⁴⁾⁵⁾Program Studi Pendidikan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Universitas Negeri Medan, Medan, Sumatera Utara, Indonesia.

*e-mail: jonatanjosua307@gmail.com

(Received 04 Juni 2025, Accepted 10 Juli 2025)

Abstract

This study aims to reveal the various challenges faced by students in solving problems related to real numbers and evaluate the factors that influence them. This study uses a qualitative method with a descriptive analytical approach. Data collection is carried out through documentation, while data analysis includes the process of data reduction, data presentation, and drawing conclusions. The results of the study indicate that students face a number of difficulties in solving real number problems, including: (1) difficulty in understanding and applying concepts, (2) difficulty in expressing knowledge in writing, (3) difficulty in using theorems in the proof process, and (4) difficulty in manipulating numbers and symbols. Errors that appear in working on problems reflect the obstacles experienced by students. Some of the main causes of these difficulties include a lack of understanding of the basic concepts of real numbers, confusion in applying the concept, and a lack of accuracy in solving problems.

Keywords: difficulty, real numbers, real analysis

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk mengidentifikasi berbagai tantangan yang dihadapi mahasiswa dalam menyelesaikan soal-soal yang berkaitan dengan materi bilangan real, serta menganalisis faktor-faktor yang memengaruhi proses penyelesaian tersebut. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah kualitatif dengan pendekatan deskriptif analitis. Data dikumpulkan melalui dokumentasi, dan analisis data mencakup proses reduksi data, penyajian data, serta penarikan kesimpulan. Temuan penelitian mengindikasikan bahwa mahasiswa menghadapi sejumlah kesulitan dalam menyelesaikan soal bilangan real, di antaranya: (1) kesulitan dalam memahami dan menerapkan konsep, (2) kesulitan dalam menuangkan pengetahuan secara tertulis, (3) kesulitan dalam menggunakan teorema dalam proses pembuktian, dan (4) kesulitan dalam memanipulasi angka maupun simbol. Kesalahan yang muncul dalam pengerjaan soal mencerminkan hambatan-hambatan yang dialami mahasiswa. Beberapa faktor utama yang menyebabkan kesulitan tersebut antara lain adalah kurangnya pemahaman terhadap konsep dasar bilangan real, kebingungan dalam penerapan konsep tersebut, dan kurangnya ketelitian saat menyelesaikan soal-soal.

Kata Kunci: kesulitan, bilangan real, analisis bilangan real

PENDAHULUAN

Analisis Real adalah salah satu mata kuliah yang harus diambil oleh semua mahasiswa di program studi matematika maupun program studi pendidikan matematika. Mata kuliah ini umumnya memiliki bobot 3 sks dan diajarkan pada semester VI. Beberapa materi utama yang harus dipelajari dalam mata kuliah ini meliputi: 1) Pengantar, 2) Bilangan Real, 3) Barisan Bilangan Real, 4) Limit Fungsi dan Kekontinuan Fungsi, serta 5) Derivatif.

Mata kuliah ini ditujukan bagi mahasiswa semester VI dengan tujuan membekali mereka dengan kemampuan dalam menganalisis, berpikir logis, dan sistematis. Dengan keterampilan tersebut, siswa diharapkan mampu menyelesaikan berbagai permasalahan nyata, khususnya yang berkaitan dengan proses analisis dan pembuktian suatu dalil atau teorema. Kompetensi ini sangat penting sebagai landasan bagi siswa program studi

pendidikan matematika dalam mempersiapkan diri menjadi pendidik yang andal di masa depan. Kemampuan untuk berpikir logis dan menyampaikan hasil pemikiran tersebut secara terstruktur dan tertulis yang diperoleh dari kegiatan pembuktian.

Proses pembuktian dalam matematika merupakan bagian yang tak terpisahkan dari perkuliahan bagi siswa program studi pendidikan matematika. Kegiatan membuktikan proposisi matematis merupakan elemen krusial dalam hampir semua mata kuliah matematika. Agar dapat melakukan pembuktian terhadap pernyataan-pernyataan tersebut, siswa diharuskan untuk memahami dan menerapkan berbagai metode pembuktian yang sesuai dengan prinsip logika dan penalaran yang benar. Dalam matematika, pembuktian merupakan rangkaian argumen yang disusun secara logis dari premis menuju kesimpulan, dengan tujuan menjelaskan dan memastikan kebenaran dari kesimpulan yang dihasilkan. Proses ini memerlukan penerapan prinsip-prinsip logika untuk menyusun argumen deduktif yang bersifat aksiomatik dan valid, sehingga dapat menghasilkan kesimpulan yang dapat diterima secara rasional. Berdasarkan pengalaman dalam mengampu mata kuliah terkait, ditemukan bahwa mahasiswa kerap mengalami kesulitan dalam melakukan pembuktian suatu dalil atau teorema, khususnya dalam hal membangun atau mengonstruksi ide-ide dasar yang diperlukan dalam proses tersebut.

Keberagaman metode pembuktian serta perubahan alur logika yang bersifat dinamis sesuai dengan proposisi yang akan dibuktikan menjadi salah satu faktor yang menyebabkan mahasiswa pendidikan matematika kesulitan dalam menguasai keterampilan pembuktian dengan lancar. Dalam penelitiannya, Awi (2017) Kesalahan yang dialami mahasiswa dalam proses pembuktian dapat disebabkan oleh beberapa faktor, antara lain: 1) kurangnya pemahaman terhadap konsep atau materi yang relevan, 2) ketidakpahaman terhadap isi proposisi yang akan dibuktikan, 3) ketidaktahuan mengenai apa yang seharusnya dibuktikan, 4) kebingungan dalam memilih metode pembuktian yang sesuai, dan 5) kesalahan dalam menerapkan langkah-langkah pembuktian. Sejalan dengan hal ini, Putri (2015) mengemukakan bahwa tantangan yang sering dihadapi siswa saat membuktikan pernyataan matematika adalah ketidakmampuan dalam memilih metode pembuktian yang tepat (seperti bukti langsung, bukti tidak langsung, atau induksi matematika), serta kecenderungan untuk mengabaikan penulisan kesimpulan di akhir proses pembuktian.

Meskipun demikian, banyak mahasiswa memandang mata kuliah Analisis Real sebagai salah satu mata kuliah yang menantang, sehingga persepsi ini berdampak pada kurang optimalnya pencapaian hasil belajar mereka, sebagaimana tercermin dari nilai ujian yang diperoleh. Kesulitan utama yang dialami mahasiswa terletak pada kemampuan dalam membangun ide-ide logis yang diperlukan untuk membuktikan suatu dalil atau teorema. Padahal, proses pembuktian merupakan komponen yang sangat fundamental dan tidak terpisahkan dalam pembelajaran Analisis Real.

Menurut National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), penalaran dan pembuktian dalam matematika merupakan sarana yang efektif untuk mengembangkan serta mengungkapkan pemahaman mendalam terhadap berbagai fenomena. Pembuktian matematika sendiri merupakan bentuk formal dari proses penalaran dan pemberian justifikasi terhadap suatu pernyataan atau konsep.

Berdasarkan penjelasan yang telah disampaikan sebelumnya, peneliti menemukan bahwa masalah utama yang dihadapi siswa terletak pada kesulitan mereka dalam menyelesaikan soal-soal yang berkaitan dengan materi bilangan real. Oleh karena itu, fokus penelitian dalam penelitian ini adalah: 1) jenis-jenis kesulitan apa yang dialami mahasiswa dalam mengerjakan soal bilangan real, dan 2) faktor-faktor yang menjadi penyebab munculnya kesulitan tersebut.

METODE

Jenis penelitian yang diterapkan dalam studi ini adalah penelitian kualitatif, menggunakan metode deskriptif untuk memberikan gambaran mendalam tentang fenomena yang diteliti. Subjek penelitian dipilih secara spesifik, yakni mahasiswa tingkat akhir yakni semester 8 Program Studi Pendidikan Matematika di Universitas Negeri Medan. Fokus kajian penelitian ini terletak pada eksplorasi dua dimensi kesulitan akademik yang dilalui mahasiswa, yaitu: (1) kesulitan proses transfer pengetahuan konseptual, dan (2) kesulitan dalam melaksanakan operasi hitung matematis.

Instrumen yang digunakan untuk mengumpulkan data adalah tes yang disebarakan secara online melalui platform Google Forms. Hasil dari tes ini dianalisis secara sistematis untuk mengidentifikasi pola-pola kesulitan yang dihadapi mahasiswa dalam menyelesaikan soal-soal yang berkaitan dengan konsep bilangan real. Proses analisis data dilakukan dengan merujuk pada model analisis yang dikembangkan oleh Miles dan Huberman, yang merupakan kerangka kerja analitik yang terstruktur dalam penelitian kualitatif. Tahapan analisis tersebut mencakup: (1) pengumpulan data awal, (2) reduksi data untuk menyaring informasi yang penting, dan (3) penarikan kesimpulan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada soal yang ditampilkan dalam Gambar 1a, jawaban yang diberikan tidak mengikuti langkah-langkah yang benar sesuai dengan sifat-sifat aljabar yang relevan. Dari gambar tersebut, tampak bahwa mahasiswa mengalami kesulitan dalam memanipulasi simbol, yang menyebabkan munculnya bilangan "y" dalam proses pembuktian yang dilakukan. Sementara itu, pada Gambar 1b, jawaban yang diberikan oleh mahasiswa sudah cukup akurat, yang dapat dilihat dari penjelasan yang disertakan dalam penyelesaian soal tersebut. Mahasiswa tersebut memberikan penjelasan di tiap langkahnya, dan diakhir jawaban, ia juga memberikan kesimpulan yang tepat untuk pertanyaan yang diajukan sebelumnya.

Handwritten student work for Gambar 1a. The text is as follows:

$$-m = n$$

$$-(-m) = -n \rightarrow x(-1)$$

$$m = -n$$

Tentukan bahwa jika $-m = n$,
maka $m = -n$ untuk setiap
 $m, n \in \mathbb{R}$.

(a)

Handwritten student work for Gambar 1b. The text is as follows:

Jika $m, n \in \mathbb{R}$ dan $-m = n$, buktikan bahwa $m = -n$.

Gunakan invers aditif pada kedua ruas:
misal kita kalikan kedua ruas dengan -1 (karena $-1 \in \mathbb{R}$)

$$(-1)(-m) = (-1)(n)$$

$$\text{Sisihkan : } (-1)(-m) = m$$

$$\text{Sisihkan : } (-1)(n) = -n$$

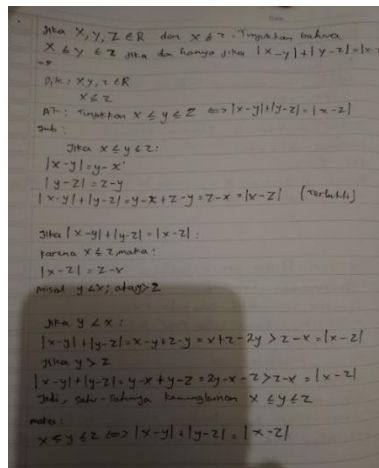
$$\text{Jadi : } m = -n$$
 karena $-m = n$ kita dapatkan $m = -n$, maka terbukti berdasarkan sifat bilangan real dan operasi invers aditif.

(b)

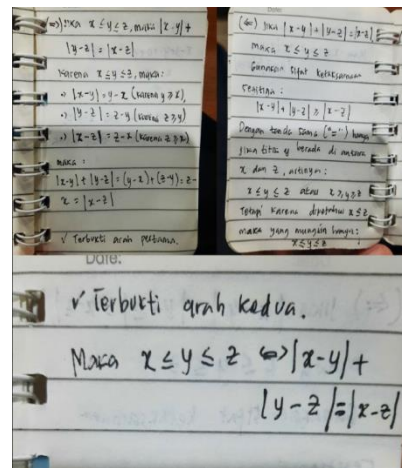
Gambar 1. Jawaban soal yang tidak mengikuti langkah-langkah yang benar.

Maka hasil pekerjaan mahasiswa yang ditampilkan pada gambar 1 menunjukkan bahwa mereka mengalami kesulitan dalam melakukan pembuktian. Pada soal yang terdapat di gambar 1a, dapat dilihat bahwa mahasiswa malas dalam menyelesaikan pembuktian di soal tersebut, terlihat mahasiswa langsung menjawab soal tersebut secara praktis dan langsung jalan cepat nya saja menjawab tanpa adanya langkah-langkah dalam pembuktian di soal tersebut atau tidak menggunakan teorema atau tidak menggunakan apa pembuktian yang digunakan untuk membuktikan soal tersebut. Sedangkan untuk soal pada gambar 1b tidak ada kesalahan dalam pembuktian yang dituliskan tetapi mahasiswa tersebut tidak membuat mengapa dia memakai invers aditif untuk membuktikan bahwa $m = -n$ agar yang melihat jawaban nya bisa lebih memahami dan dapat menyelesaikan soal pembuktian, mahasiswa tersebut juga tidak menggunakan langkah-langkah yang benar. Kesulitan dalam menuliskan langkah-langkah pada soal pembuktian menunjukkan bahwa siswa mengalami hambatan dalam mentransfer pengetahuan yang dimilikinya. Siswa saat ini juga cenderung mengalami kesulitan dalam menentukan titik awal atau langkah awal

dari suatu proses pembuktian, serta mengalami kendala dalam menerapkan teorema yang relevan untuk membangun argumen pembuktian. Akibatnya, mereka mengalami kesulitan dalam merancang langkah-langkah pembuktian yang tepat dan sistematis. Dengan adanya penyelesaian atau langkah-langkah soal dengan benar dalam pembuktian dikarenakan agar setiap orang dalam menyelesaikannya dapat mengingatnya dan yang mempelajarinya bisa lebih memahaminya dengan baik agar setiap yang mengerjakannya tidak kebingungan dalam menyelesaikannya soal mengenai pembuktian.



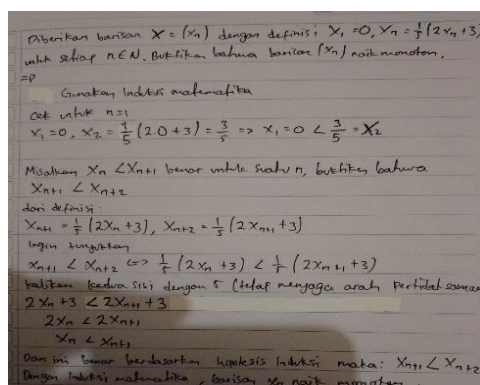
(a)



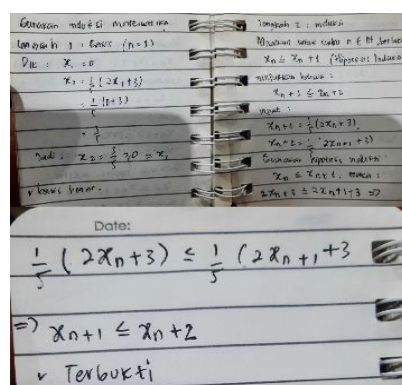
(b)

Gambar 2. Soal yang dikerjakan setelah memahami langkah-langkah yang benar.

Berdasarkan dari cara mahasiswa mengerjakan soal, dapat dilihat bahwa mereka memahami persoalan yang diberi dan mencerna sehingga menemukan solusi yang sesuai pada persoalan yang ditanyakan. Mahasiswa mampu memahami dan membuktikan hasil bahwa terbukti dimana $x \leq y \leq Z$ dimana sama dengan $|x - y| + |y - z| = |x - z|$. Dari gambar 2a yang mampu memahami persoalan dan mensubsitusikan untuk menyederhanakan persoalan, sedangkan gambar 2b menggunakan sifat ketaksamaan. Dapat ditarik kesimpulan bahwa kedua jawaban memiliki cara yang berbeda namun dapat menyelesaikan dan memecahkan masalah dengan baik.



(a)



(b)

Gambar 3. Mahasiswa memahami struktur dasar pembuktian menggunakan metode induksi matematika.

Dari hasil pekerjaan mahasiswa terkait pembuktian sifat monoton dari barisan rekursif $x_1 = 0$, dan $x_1 = \frac{1}{5}(2x_{n-1} + 3)$ untuk $n \geq 2$, terlihat bahwa pekerjaan mahasiswa di gambar 3 telah memahami struktur dasar pembuktian menggunakan metode induksi matematika. Mahasiswa pertama (gambar 3a) mampu menyusun alur pembuktian dengan cukup sistematis, dimulai dari memverifikasi basis induksi hingga menyusun langkah induktif. Ini menunjukkan

pemahaman awal yang baik terhadap mekanisme pembuktian formal. Namun demikian, masih terdapat beberapa kekurangan penting. Salah satunya adalah penggunaan notasi yang kurang tepat dalam menyatakan hipotesis induksi. Mahasiswa langsung menggunakan $x_n = x_{n+1}$ tanpa menggeneralisasi indeksnya (misalnya menggunakan k), yang dalam praktik formal seharusnya dituliskan sebagai “misalkan untuk suatu $k \in \mathbb{N}$, berlaku $x_k < x_{k+1}$ kemudian dibuktikan bahwa $x_{k+1} < x_{k+2}$ ”. Hal ini penting untuk menjaga keketatan logika induksi matematika (Tall, 1991). Ketidaktepatan semacam ini merupakan kesalahan umum yang sering ditemukan pada mahasiswa tingkat awal yang baru mempelajari pembuktian formal. Selain itu, mahasiswa belum menyatakan simpulan akhir secara eksplisit, yang seharusnya menyebutkan bahwa dengan dasar dan langkah induksi yang benar, maka barisan (x_n) terbukti naik monoton. Simpulan eksplisit diperlukan untuk menutup argumen pembuktian secara utuh, sebagaimana ditekankan dalam kajian oleh Stylianides & Stylianides (2009), bahwa struktur pembuktian formal tidak hanya membutuhkan kebenaran langkah-langkah logika, tetapi juga komunikasi argumen secara lengkap.

Mahasiswa kedua juga menunjukkan pemahaman terhadap struktur pembuktian dengan menyusun basis induksi dan langkah induktif. Namun, ia menggunakan pertidaksamaan $x_n \leq x_{n+1}$ padahal untuk membuktikan barisan naik monoton dibutuhkan pertidaksamaan $x_n < x_{n+1}$. Hal ini mengindikasikan kurangnya pemahaman terhadap makna matematis dari jenis pertidaksamaan. Kesalahan ini termasuk dalam kategori “misconception tentang sifat barisan”, yang menurut penelitian oleh Weber (2001), sering terjadi karena mahasiswa hanya meniru pola tanpa memahami konteks logis yang mendasarinya. Dari segi representasi, notasi yang digunakan oleh mahasiswa kedua juga masih kurang konsisten. Misalnya, penulisan ekspresi seperti $2xn + 3$ tanpa tanda kurung atau indeks yang jelas dapat menimbulkan kebingungan. Penulisan yang tidak tepat ini dapat mengganggu pembaca dalam memahami maksud matematis yang disampaikan. Stylianou et al. (2005) menekankan pentingnya representasi simbolik yang akurat dalam pembelajaran matematika karena simbol merupakan bahasa utama dalam komunikasi matematis.

Berdasarkan analisis ini, dapat disimpulkan bahwa meskipun mahasiswa mulai memahami struktur metode induksi matematika, masih terdapat beberapa aspek penting yang perlu diperkuat, antara lain: (1) penulisan hipotesis induksi secara formal dan sesuai dengan standar logika matematis, (2) pemahaman terhadap makna pertidaksamaan ketat dan tak-ketat, serta (3) konsistensi dalam penggunaan notasi dan komunikasi simpulan. Untuk meningkatkan kualitas pemahaman ini, diperlukan pendekatan pembelajaran yang menekankan aspek konseptual dan reflektif. Misalnya, dosen dapat menggunakan strategi proof comprehension dan diskusi reflektif untuk membantu mahasiswa menyadari pentingnya kejelasan struktur dan makna logika dalam pembuktian (Selden & Selden, 2003). Dengan demikian, pembelajaran matematika sebaiknya tidak hanya menekankan pada kebenaran teknis semata, tetapi juga pada kejelasan dan ketepatan representasi serta komunikasi matematis yang utuh. Pemahaman terhadap pembuktian bukan hanya tentang mengikuti prosedur, tetapi tentang membangun argumen logis yang sah dan dapat dipertanggungjawabkan secara akademik.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian dan data yang dikumpulkan melalui Google Form yang disebarkan kepada mahasiswa, dapat disimpulkan bahwa mahasiswa mengalami beberapa kesulitan dalam menyelesaikan soal bilangan real, yaitu: 1) kesulitan dalam menuliskan dan menerapkan konsep, 2) kesulitan dalam mentransfer pengetahuan yang dimiliki, 3) kesulitan dalam menggunakan teorema untuk membangun pembuktian, dan 4) kesulitan dalam memanipulasi angka serta simbol. Adapun Faktor yang menyulitkan mahasiswa dalam belajar Analisis Real terutama pada materi bilangan real, yaitu faktor yang berasal dari Kesulitan

dalam memahami, menerapkan, dan mengaplikasikan materi dalam konteks pemecahan masalah termasuk ke dalam faktor-faktor yang turut berkontribusi terhadap rendahnya kemampuan mahasiswa dalam menyelesaikan soal, kebiasaan belajar yang kurang efektif, kurangnya motivasi dan semangat dalam belajar, serta belum tampaknya kemampuan dan ketertarikan terhadap mata pelajaran matematika. Sementara itu, faktor eksternal meliputi kondisi ruang kuliah yang belum mendukung proses pembelajaran secara optimal, serta pengaruh lingkungan sosial, seperti kecenderungan meniru pola belajar teman sekelas yang hanya belajar ketika menjelang ujian, bukan karena kebutuhan untuk memahami materi secara mendalam.

DAFTAR PUSTAKA

- Awi. (2017). Analisis Kesalahan Mahasiswa dalam Membuktikan Proposisi Struktur Aljabar dengan Pemberian Scaffolding Metakognitif. In Seminar Nasional Lembaga Penelitian UNM (Vol. 2, pp. 579–583). Retrieved from <http://ojs.unm.ac.id/semnaslemlit/article/view/4102>
- Ninda Ika Murniasih, R. K. (2024). Analisis Kesulitan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Bilangan Real terhadap Kemampuan Pemahaman Konsep Bilangan Real. *Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika* , 18-27.
- Rosita, C. D. (2014). Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Matematis: Apa, Mengapa, dan Bagaimana Ditingkatkan pada Mahasiswa. *Euclid*, 1(1), 33–46. Retrieved from <http://www.fkip-unswagati.ac.id/ejournal/index.php/euclid/article/view/2>
- Selden, A., & Selden, J. (2003). Validations of proofs considered as texts: Can undergraduates tell whether an argument proves a theorem?. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(1), 4-36.
- Sumarno, U. (2010). Berfikir dan Disposisi Matematik: Apa, Mengapa, dan Bagaimana Dikembangkan pada Peserta Didik. Bandung: FPMIPA UPI. Retrieved from https://www.academia.edu/10346582/BERFIKIR_DAN_DISPOSISI_MATEMATIKA_APA_MENGAPA_DAN_BAGAIMANA_DIKEMBANGKAN_PADA_PESERTA_DIDIK?auto=download
- Stylianides, A. J., & Stylianides, G. J. (2009). Facilitating the transition from empirical arguments to proof. *Journal for Research in Mathematics Education*, 40(3), 314-352.
- Stylianou, D. A., Blanton, M. L., & Rotou, O. (2005). Representations in mathematics teaching and learning: Underlying meaning, purpose, and pedagogy. *Journal of Research in Mathematics Education*, 36(5), 421–450
- Utami, N. P., Mukhni, & Jazwinarti. (2014). Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Kelas XI IPA SMAN 2 Painan melalui Penerapan Pembelajaran Think Pair Square. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 3(1). 7-12. Retrieved from <http://ejournal.unp.ac.id/students/index.php/pmat/article/view/1212>
- Tall, D. (1991). *Advanced mathematical thinking*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Weber, K. (2001). Student difficulty in constructing proofs: The need for strategic knowledge. *Educational Studies in Mathematics*, 48(1), 101–119.