

ANALISIS KESALAHAN MAHASISWA DALAM MENGERJAKAN SOAL MATERI DERIVATIF PADA MATA KULIAH ANALISIS REAL

Angelica Dameria Sitinjak^{1*)}, Angelika Naibaho²⁾, Gabriel Sinaga³⁾, Johanna Dameria Gracia Silalahi⁴⁾, Elfitra⁵⁾

¹⁾²⁾³⁾⁴⁾⁵⁾ Program Studi Pendidikan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Medan, Sumatera Utara, Indonesia
*e-mail: angelicasitinjak6@gmail.com

(Received 20 Mei 2025, Accepted 10 Juli 2025)

Abstract

The purpose of this study is to examine the kinds of mistakes committed while pupils are working on derivative problems in the Real Analysis course. The focus of this study is the classification of error types with reference to Newman's Error Analysis framework, identifying the most frequently occurring error patterns, and examining the underlying factors contributing to these errors. The results of this investigation should help meaningfully to improving the quality of instruction in the Real Analysis course. This research employs a qualitative descriptive approach to analyze the types of errors committed by college students. The subjects of this study were students from classes A and B of the 2021 Mathematics Education Program at Universitas Negeri Medan. The main instrument used was an essay test on derivative problems, distributed via Google Forms. Data were analyzed according to Newman's error categories. Students frequently encounter difficulties in understanding and applying fundamental concepts, especially when working on mathematical proofs. Common errors include misreading, misunderstanding, incorrect transformation, procedural mistakes, and drawing invalid summary. The findings of this study indicate that instruction on derivatives should place greater emphasis on fostering students' conceptual understanding and mathematical reasoning. More interactive and problem-based learning methods are recommended to help students overcome these challenges. Furthermore, the error analysis provided in this research can be used as a valuable citation for educators in designing more effective instructional strategies to enhance the quality of teaching.

Keywords: Real Analysis, Derivatives, Newman Error Analysis, Student Errors.

Abstrak

Tujuan yang dimiliki penelitian ini yaitu untuk mengkaji jenis kesalahan yang terjadi dialami oleh mahasiswa menyelesaikan soal turunan pada mata kuliah Analisis Real. Penelitian ini berfokus pada klasifikasi jenis kesalahan merujuk pada teori Newman Error Analysis, melihat pola kesalahan yang paling sering dilakukan, serta menganalisis faktor penyebab kesalahan tersebut. Hasil dari penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat nyata dalam upaya meningkatkan mutu pembelajaran pada mata kuliah Analisis Real. Penelitian ini dilaksanakan dengan menggunakan pendekatan deskriptif kualitatif untuk menganalisis jenis kesalahan yang dilakukan mahasiswa. Subjek dalam penelitian ini adalah mahasiswa universitas negeri medan kelas A dan B PSPM 2021 Program Studi Pendidikan Matematika. Instrumen yang digunakan adalah tes uraian mata kuliah Analisis Real yang disebarluaskan melalui Google Form. Data dianalisis berdasarkan kategori kesalahan menurut Newmann Error Analysis. Mahasiswa kerap mengalami kesulitan untuk memahami ide-ide dan menggunakannya dalam praktik, terutama saat melakukan pembuktian matematis. Kesalahan yang sering terjadi meliputi kesalahan dalam membaca, memahami informasi, mentransformasikan konsep, keterampilan prosedural, dan dalam menarik kesimpulan. Temuan penelitian ini mengindikasikan bahwa pengajaran materi turunan perlu lebih menekankan pada pengembangan pemahaman konseptual dan penalaran matematis mahasiswa. Metode pembelajaran yang lebih interaktif dan berbasis masalah dapat membantu mahasiswa dalam mengatasi kesulitan yang dihadapi. Selain itu, hasil analisis kesalahan dalam penelitian ini dapat digunakan sebagai rujukan bagi para pendidik dalam merancang metode pembelajaran yang lebih tepat guna demi meningkatkan mutu pengajaran.

Kata Kunci: Analisis Real, Turunan, Analisis Kesalahan Newman, Kesalahan Mahasiswa

PENDAHULUAN

Pemahaman konsep matematika merupakan salah satu indikator krusial dalam menilai kualitas pembelajaran di perguruan tinggi, terutama program studi pendidikan matematika. Salah satu mata kuliah dasar yang menopang pemahaman terhadap matematika lanjutan adalah Analisis Real. Dalam perkuliahan ini, mahasiswa dituntut untuk menguasai kemampuan berpikir secara logis, deduktif, dan abstrak, mengingat materi yang dipelajari bersifat sangat formal dan teoretis. Salah satu topik krusial dalam Analisis Real adalah konsep derivatif, yang tidak hanya memuat perhitungan teknis, tetapi juga menekankan pada pemahaman definisi formal turunan fungsi berdasarkan konsep limit.

Meskipun derivatif telah diperkenalkan sejak jenjang pendidikan menengah melalui mata pelajaran matematika, penerapan konsep ini dalam Analisis Real sering kali menimbulkan tantangan yang lebih kompleks bagi mahasiswa. Hal ini disebabkan karena pendekatan dalam Analisis Real berbeda dengan pendekatan algoritmik pada kalkulus sekolah menengah. Dalam Analisis Real, derivatif diperkenalkan dan digunakan dalam kerangka pembuktian, pemaknaan logis, serta koneksi antar konsep seperti kekontinuan, limit, dan sifat-sifat fungsi. Konsekuensinya, mahasiswa tidak cukup hanya menghafal rumus atau prosedur, tetapi harus memahami secara mendalam struktur logika matematis di balik konsep tersebut.

Beberapa studi mengungkapkan bahwa mahasiswa sering menghadapi kesulitan yang cukup besar dalam menyelesaikan soal-soal turunan, baik yang mengharuskan pemahaman terhadap definisi formal maupun yang melibatkan penalaran matematis. Rahmawati (2017) menemukan bahwa mahasiswa sering melakukan kesalahan dalam memilih strategi penyelesaian dan dalam memahami simbol-simbol matematika formal. Sementara itu, Garak & Samo (2020) mengidentifikasi bahwa mahasiswa gagal menghubungkan antara konsep fungsi, kekontinuan, dan turunan saat menyelesaikan soal berbasis konteks, terutama dalam bentuk soal cerita atau pembuktian teorema.

Kesalahan yang terjadi pada mahasiswa saat menyelesaikan masalah derivatif dalam mata kuliah Analisis Real dapat berasal dari berbagai faktor, mulai dari lemahnya pemahaman konsep dasar, ketidakmampuan dalam menerapkan logika deduktif, hingga kurangnya keterampilan berpikir analitik dan reflektif. Penelitian oleh Lestari (2015) menunjukkan bahwa mayoritas mahasiswa mengalami kesulitan dalam membangun argumen pembuktian karena tidak memahami struktur definisi formal derivatif. Demikian pula, Susilowati (2021) mencatat bahwa kesalahan pada soal derivatif banyak terjadi pada tahap awal penyusunan argumen, bukan pada tahap perhitungan.

Mengidentifikasi jenis-jenis kesalahan yang dilakukan mahasiswa dalam menyelesaikan soal derivatif bukan hanya penting dari sisi akademik, tetapi juga menjadi langkah awal dalam merancang pendekatan pembelajaran yang lebih efektif dan responsif terhadap kebutuhan kognitif mahasiswa. Melalui analisis kesalahan, pendidik dapat mengetahui letak kesulitan yang dialami mahasiswa secara rinci, sehingga intervensi pembelajaran dapat difokuskan pada bagian-bagian yang memang memerlukan perbaikan.

Penelitian ini memiliki tujuan untuk mengkaji ragam kekeliruan mahasiswa saat menyelesaikan soal-soal turunan dalam mata kuliah Analisis Real. Fokus penelitian ini adalah mengklasifikasikan jenis kesalahan berdasarkan kerangka tertentu (misalnya Newman Error Analysis atau EKA's Error Analysis), mengidentifikasi pola kesalahan yang dominan, serta mengeksplorasi faktor-faktor penyebab kesalahan dari pembahasan tersebut. Oleh karena itu, temuan penelitian ini diharapkan mendukung perbaikan dalam kualitas proses pengajaran Analisis Real di lingkungan pendidikan tinggi, serta sebagai rujukan dalam pengembangan kurikulum dan strategi pedagogi berbasis diagnosis kesalahan.

METODE

Penelitian ini menerapkan pendekatan deskriptif kualitatif yang didukung oleh tujuan untuk menggambarkan serta menganalisis berbagai jenis kesalahan mahasiswa dalam mengerjakan berbagai soal derivatif mata kuliah Analisis Real. Pendekatan ini dipilih untuk mengungkap secara mendalam proses berpikir mahasiswa serta bentuk-bentuk kesalahan yang terjadi. Mahasiswa kelas A dan kelas B PSPM 2021 di Universitas Negeri pada Program Studi Pendidikan Matematika adalah subjek penelitian ini, dengan total 20 peserta. Sedangkan objek penelitian adalah hasil pengerjaan soal derivatif oleh mahasiswa yang dikumpulkan melalui media *Google Form*.

Instrumen utama berupa soal tes uraian yang disusun oleh peneliti berdasarkan capaian pembelajaran materi derivatif dalam Analisis Real. Soal – soal mewakili konsep dasar derivatif, aplikasi, serta penalaran dalam menyelesaikan permasalahan yang berkaitan dengan derivatif. Selain itu, pedoman analisis kesalahan digunakan sebagai alat bantu dalam mengklasifikasikan kategori kesalahan yang dilakukan mahasiswa. Kategori kesalahan merujuk pada teori Newman dan kesalahan umum dalam matematika, yaitu:

1. Kesalahan saat membaca informasi
2. Kesalahan dalam penafsiran atau pemahaman
3. Kesalahan dalam mentransformasikan konsep
4. Kesalahan pada keterampilan proses
5. Kesalahan dalam proses penarikan kesimpulan

Data dikumpulkan melalui tes daring menggunakan platform *Google Form*. Jawaban mahasiswa kemudian dikumpulkan dalam bentuk file spreadsheet dan dokumen PDF untuk dianalisis lebih lanjut. Data yang diperoleh secara kualitatif dengan langkah-langkah yang meliputi (1) reduksi data dengan memilih dan menyaring jawaban mahasiswa yang relevan dan representatif, (2) klasifikasi kesalahan dengan mengidentifikasi dan mengelompokkan jenis kesalahan berdasarkan kategori Newman, (3) analisis penyebab kesalahan berdasarkan jawaban mahasiswa serta hasil wawancara tambahan jika diperlukan, (4) merumuskan kesimpulan dengan mengidentifikasi temuan utama terkait jenis kesalahan yang paling sering terjadi beserta faktor-faktor penyebabnya.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Berdasarkan hasil jawaban dari soal yang diberikan kepada responden, diperoleh bahwa mahasiswa banyak melakukan kesalahan dalam menjawab soal-soal. Selanjutnya data dianalisis secara kualitatif dengan mengelompokkannya ke dalam 5 tahapan *Newmann's Error Analysis* (NEA) yang diuraikan pada Tabel 1.

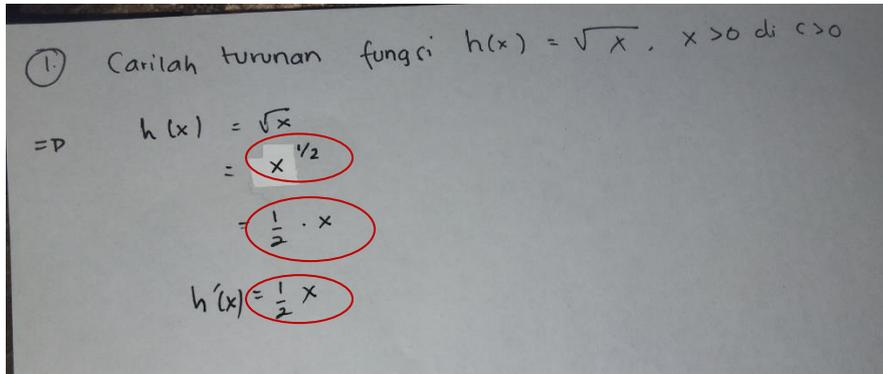
Tabel 1. Tahapan Analisis Kesalahan Newmann Berdasarkan Kategori Kesalahan

Tahapan Kesalahan	Penjelasan
Membaca Pemahaman	Tidak mengejakan soal atau mengerjakan tanpa memahami konsep Telah memahami konsep, namun belum mengetahui apa yang diminta dalam soal
Transformasi	Memahami konsep dan mengetahui tujuan soal, namun belum memahami cara pembuktiannya
Keterampilan proses	Telah memahami langka-langkah penyelesaian soal, namun belum dapat menyelesaikannya dengan benar
Menarik kesimpulan	Tidak dapat menuliskan jawaban akhir dan kesimpulan dengan benar

Beberapa jenis kesalahan mahasiswa yang ditemukan dalam penelitian ini dijelaskan pada bagian berikut:

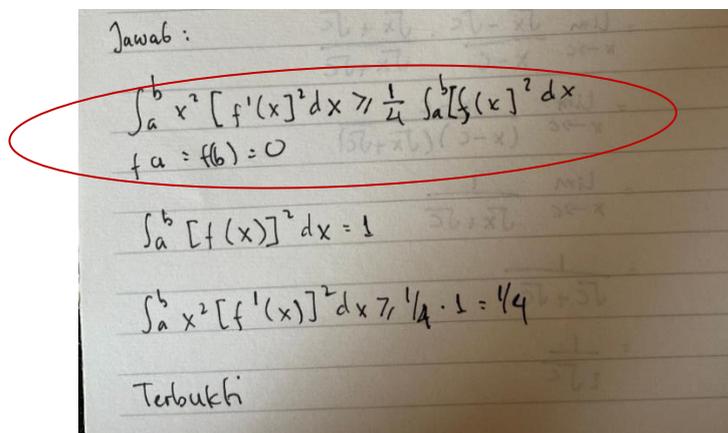
1. Uraian Kesalahan Membaca Informasi

Kesalahan yang ditemukan pada bagian ini mengindikasikan bahwa subjek belum mampu menyelesaikan soal atau telah menyelesaikannya namun memperlihatkan pemahaman konsep yang kurang tepat, sehingga jawaban yang diberikan tidak mencerminkan penguasaan terhadap materi yang diuji. Pada gambar 1 disajikan contoh jawaban dari salah satu responden yang menunjukkan ketidakpahaman terhadap konsep dasar turunan fungsi. Hal ini terlihat dari prosedur pengerjaan yang salah serta hasil akhir yang tidak sesuai dengan konsep yang seharusnya, sehingga jawaban yang diberikan menjadi tidak jelas dan mengandung kekeliruan konseptual.



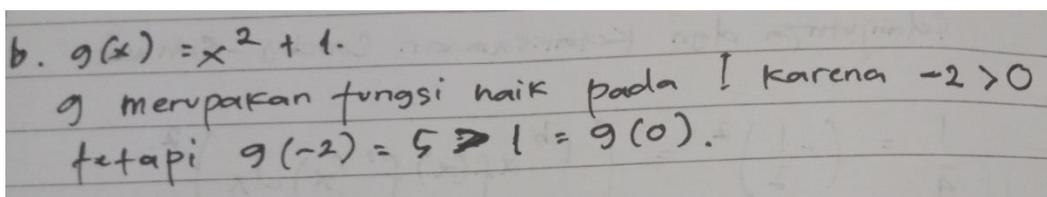
Gambar 1. Kesalahan Membaca di Soal Nomor 1

Dalam soal nomor 2, siswa membuat kesalahan dalam membaca soal, sebagaimana diperlihatkan di Gambar 2. Kekeliruan ini berpotensi menyebabkan kesalahan dalam proses penyelesaian pembuktian. Responden langsung menuliskan tanpa memberikan konsep dasar atau pembuktian matematis yang valid mengapa pertidaksamaan itu berlaku.



Gambar 2. Kesalahan dalam Membaca Informasi Soal Nomor 2

Pada soal nomor 3, terdapat kekeliruan mahasiswa dalam memahami isi soal, sebagaimana ditampilkan pada Gambar 3. Mahasiswa tampak tidak memahami dalam menentukan fungsi naik, yaitu pada saat $f(x_1) < f(x_2)$.



Gambar 3. Kesalahan Membaca di Soal Nomor 3

2. Uraian Kesalahan Penafsiran atau Pemahaman

Kesalahan jenis ini mengindikasikan bahwa mahasiswa telah memahami konsep dasar yang terkandung dalam soal, namun masih mengalami masalah dengan mengidentifikasi secara tepat yang diperlukan atau harus di buktikan. Dalam soal nomor 1, mahasiswa dapat menyelesaikan dan tidak ditemukan kesalahan. Namun, pada gambar 4 di soal berikutnya terdapat mahasiswa keliru menyimpulkan bahwa fungsi nol di titik ujung berarti fungsi nol di seluruh interval. Padahal, $f(a) = f(b) = 0$ tidak berarti $f(x) = 0$ untuk semua $x \in [a, b]$. Mahasiswa akhirnya menyimpulkan bahwa integral yang seharusnya dibuktikan lebih besar sama dengan $\frac{1}{4}$, justru jadi lebih kecil, yaitu nol. Ini bertentangan dengan maksud soal dan membuat argumen mahasiswa sepenuhnya keliru.

Jwb: karena $f(x)$ bernilai nol di a dan b , maka bisa diasumsikan
 $f(x) = 0$ di seluruh selang $[a, b]$, sehingga
 $f'(x) = 0 \Rightarrow [f'(x)]^2 = 0 \Rightarrow x^2 [f'(x)]^2 = 0$
 maka: $\int_a^b x^2 [f'(x)]^2 dx = 0$
 karena $0 < \frac{1}{4}$, maka: $\int_a^b x^2 [f'(x)]^2 dx < \frac{1}{4}$

Gambar 4. Kesalahan Pemahaman di Soal Nomor 2

Soal selanjutnya, sebagaimana yang dapat dilihat pada Gambar 5, responden menunjukkan pemahaman terhadap konsep fungsi naik, yaitu pada saat $f(x_1) < f(x_2)$. Namun, pada saat pembuktian responden keliru dalam proses substitusi fungsi yang seharusnya x^3 menjadi x^2 dan yang seharusnya $x_1 < x_2 \Leftrightarrow x_1^3 < x_2^3$ menjadi $x_1 < x_2 \Leftrightarrow x_1^2 > x_2^2$.

a) $f(x) = x^3$
 Mis: $x_1, x_2 \in I = [-2, 3]$, dengan $x_1 < x_2$
 $x_1 < x_2 \Leftrightarrow x_1^2 > x_2^2$
 $\Leftrightarrow f(x_1) > f(x_2)$

Gambar 5. Kesalahan Pemahaman di Soal Nomor 3

3. Uraian Kesalahan Transformasi

Meskipun kesalahan transformasi menunjukkan bahwa siswa memahami tujuan soal, namun belum sepenuhnya memahami metode pembuktiannya. Pada soal nomor 1, yang terlihat pada Gambar 6, mahasiswa dapat dilihat memahami konsep turunan fungsi, namun salah dalam memahami soal yaitu untuk mencari turunan fungsi h di $c > 0$.

Pada gambar 7 di atas, dapat dilihat bahwa mahasiswa juga sudah memahami soal namun kurang tepat dalam membuktikannya. Gambar 7 dari soal nomor 2 diminta untuk membuktikan suatu integral tampak bahwa mahasiswa sudah memahami tahapan dalam penyelesaiannya, namun kurang tepat dalam membuktikan soal.

1) Turunan fungsi h di $c > 0$ adalah

$$\begin{aligned}
 h'(c) &= \lim_{x \rightarrow c} \frac{h(x) - h(c)}{x - c} \\
 &= \lim_{x \rightarrow c} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{c}}{x - c} \\
 &= \lim_{x \rightarrow c} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{c}}{x - c} \cdot \frac{\sqrt{x} + \sqrt{c}}{\sqrt{x} + \sqrt{c}} \\
 &= \lim_{x \rightarrow c} \frac{x - c}{(x - c)(\sqrt{x} + \sqrt{c})} \\
 &= \lim_{x \rightarrow c} \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{c}} \\
 &= \lim_{x \rightarrow c} \frac{1}{\sqrt{c} + c} = \frac{1}{\sqrt{c}}
 \end{aligned}$$

Jadi turunan h adalah $h'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

Gambar 6. Kesalahan Transformasi di Soal Nomor 1

2. Akan ditunjukkan

$$\int_a^b x f(x) f'(x) dx = -\frac{1}{2}$$

Dengan integral parsial

$$\int x f(x) f'(x) dx = \frac{1}{2} x [f(x)] - \int \frac{1}{2} [f(x)] dx$$

Karena $f(a) = f(b) = 0$

maka $\int x f(x) f'(x) dx = \frac{1}{2} \cdot 0 \left(-\frac{1}{2}\right) = 1$

Gambar 7. Kesalahan Transformasi di Soal Nomor 2

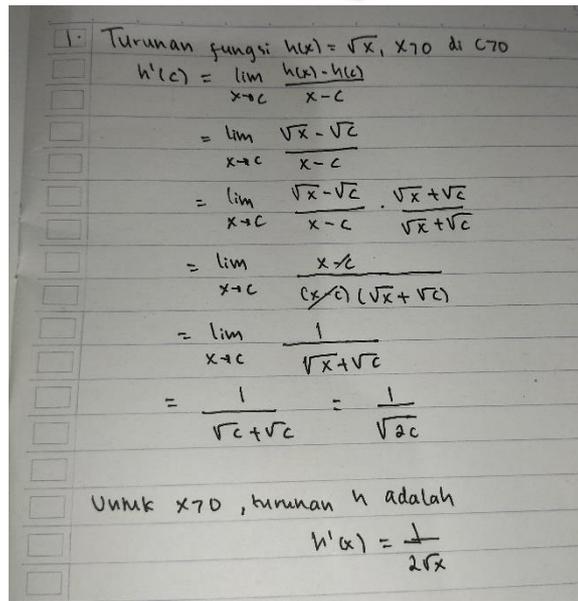
Jenis kesalahan yang paling sering dilakukan oleh mahasiswa saat menyelesaikan soal atau permasalahan pada mata kuliah Analisis Real adalah transformasi. Dari hasil wawancara dengan beberapa mahasiswa diperoleh informasi bahwasanya mahasiswa sering mengalami kebingungan dalam menjawab soal disebabkan adanya perbedaan contoh kasus dengan soal yang diberikan. Pada tahapan ini juga mahasiswa sering keliru dalam menentukan jawaban yang tepat.

4. Uraian Kesalahan Keterampilan Proses

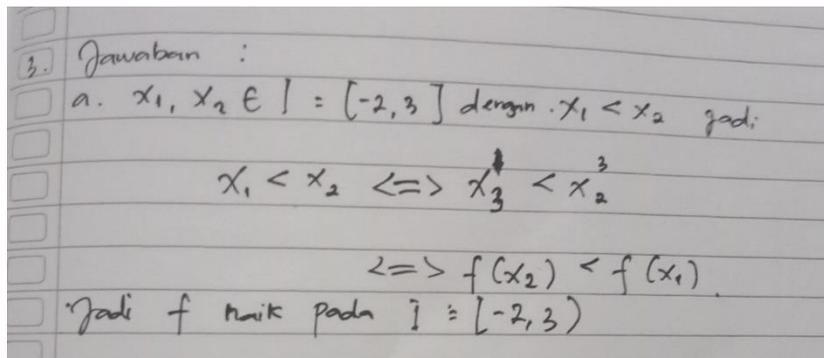
Kesalahan pada jenis ini terjadi ketika mahasiswa telah memahami langkah-langkah penyelesaian soal, namun belum mampu menyelesaikannya dengan benar. Hal tersebut terlihat pada gambar 8.

Ditemukan bahwa mahasiswa sudah mampu untuk memahami tahapan dalam menyelesaikan soal, akan tetapi melakukan kesalahan pada akhir jawaban. Mahasiswa keliru dalam menuliskan jawaban di akhir sehingga menimbulkan kesalahan. Jenis kesalahan serupa juga ditemukan pada soal lain, sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 9.

Dari gambar 9 jelas terlihat bahwasanya langkah-langkah yang dituliskan oleh mahasiswa kurang lengkap. Mahasiswa langsung memberikan jawaban akhir saja tanpa adanya langkah-langkah penyelesaian yang lengkap dan tepat. Salah satu alasan siswa mengalami kesalahan keterampilan proses adalah karena mereka tidak teliti saat mengerjakan soal. Mahasiswa melakukan kesalahan dalam proses penyelesaian sehingga hasil yang diperoleh kurang tepat.



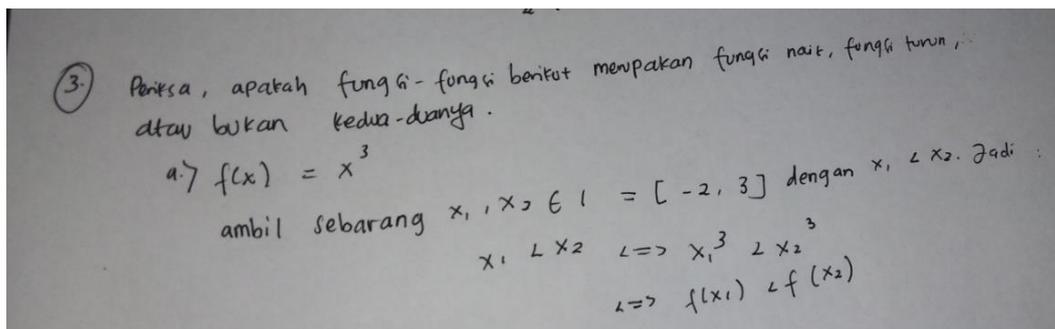
Gambar 8. Kesalahan Keterampilan Proses di Soal Nomor 1



Gambar 9. Kesalahan Keterampilan Proses di Soal Nomor 3

5. Uraian Kesalahan Menarik Kesimpulan

Kesalahan pada jenis ini mencerminkan ketidakmampuan mahasiswa dalam menuliskan jawaban akhir dan menarik kesimpulan secara tepat. Namun, pada soal pertama dan kedua, tidak ditemukan mahasiswa yang melakukan kesalahan dalam aspek penarikan kesimpulan. Pada gambar 10 di soal nomor 3, tampak mahasiswa mengerti konsep dasar fungsi naik, dan melakukan pembuktian dengan benar. Namun mahasiswa tidak melakukan tahap penarikan kesimpulan, yang menyatakan fungsi tersebut apakah naik atau turun atau tidak keduanya.



Gambar 10. Kesalahan Menarik Kesimpulan di Soal Nomor 3

KESIMPULAN

Penelitian ini mengungkap berbagai bentuk kesalahan yang dilakukan oleh mahasiswa dalam menyelesaikan soal-soal terkait materi turunan pada mata kuliah Analisis Real. Berdasarkan hasil analisis, diketahui bahwa mahasiswa kerap menghadapi kesulitan dalam memahami serta menerapkan konsep-konsep dasar, termasuk dalam melakukan pembuktian secara matematis. Adapun jenis kesalahan yang paling sering muncul mencakup kesalahan dalam membaca informasi, penafsiran atau pemahaman, melakukan transformasi, keterampilan proses, serta menarik kesimpulan. Hal ini menunjukkan bahwa mahasiswa membutuhkan peningkatan pemahaman tentang konsep derivatif, terutama dalam pembelajaran yang lebih mendalam.

Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa pengajaran materi derivatif harus difokuskan pada pengembangan pemahaman konseptual dan logika matematis. Metode pembelajaran yang lebih interaktif dan berbasis masalah dapat membantu mahasiswa dalam mengatasi kesulitan yang dihadapi. Di samping itu, temuan mengenai kesalahan mahasiswa dalam penelitian ini dapat dijadikan referensi bagi pengajar dalam merancang pendekatan pembelajaran yang lebih efektif, sehingga dapat memperkuat pemahaman konsep dan meningkatkan mutu pengajaran pada mata kuliah Analisis Real.

DAFTAR PUSTAKA

- Khotimah, H., Amrullah, Tyaningsih, R. Y., & Sridana, N. (2022). Analisis Kesalahan Dalam Menyelesaikan Masalah Turunan Fungsi Aljabar Ditinjau dari Jenis Kelamin. *Journal of Classroom Action Research*, 123-130.
- Lestari, K. E. (2015). Analisis Kemampuan Pembuktian Matematis Mahasiswa menggunakan Pendekatan Induktif-Deduktif pada Mata Kuliah Analisis Real. *MENDIDIK: Jurnal Kajian Pendidikan dan Pengajaran*, 128-135.
- Rahmawati, A. (2017). Analisis Kesalahan Mahasiswa Pendidikan Matematika Dalam Menyelesaikan Soal Pertidaksamaan pada Mata Kuliah Kalkulus I. *Al-Jabar: Jurnal Pendidikan Matematika*, 81-90.
- Ratu, E. N., Garak, S. S., & Samo, D. D. (2020). Analisis Kesalahan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Cerita Turunan Parsial. *RANGE: Jurnal Pendidikan Matematika*, 39-46.
- Susilowati, E. (2021). Analisis Kesalahan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Kalkulus Lanjut dengan Eka's Error Analysis. *Jurnal Pembelajaran Matematika Inovatif*, 55-72.
- Takaendengan, B. R., Anwar, A., Takaendengan, W., & Kobandaha, P. E. (2022). Identifikasi Kesalahan Jawaban Mahasiswa pada Mata Kuliah Analisis Real Berdasarkan Newmann's Error Analysis. *EULER: Jurnal Ilmiah Matematika, Sains dan Teknologi*, 235-243.