E-ISSN : XXXX-XXXX
P-ISSN : XXXX-XXXX
CatalystMath: Jurnal Penggerak Pendidikan Matematika
Volume 1, No.1, Juli 2024, Hal. 28-41

ANALISI KESTABILAN MODEL SIHQR UNTUK PENYEBARAN PANDEMI COVID-19 DI INONESIA

Shidka Hilda Maghfiroh[1)], Arisma Trisminingsih[2)], Laily Swi Retno Wahyuningtias[3)], Moh. Mashum Mujur Ihsanjaya[4)].

[1,2,3,4)] Program Studi S2 Matematika Departemen Matematika Universitas Gadjah Mada
e-mail : shidka.hilda.m@mail.ugm.ac.id

Abstract
The COVID-19 pandemic, which first appeared at the end of 2019, has now spread throughout the world and affected all aspects of human life. The Aim of this research is construct the SIHQR model for COVID-19, Stability Analysis and numerical simulation of the SIHQR model on the spread of COVID-19. The method used to construct the model is the SIHQR model by considering vaccination and isolation factors as model parameters, the analysis of the model uses the generation matrix method to obtain the basic reproduction numbers and the global stability of the COVID-19 distribution model. The results obtained can be used as a reference for early prevention of the spread of COVID-19 in Indonesia.

Keywords: Virus Corona (COVID-19), Kestabilan, Bilangan Reproduksi Dasar, Simulation Numerik.

Abstrak
Pandemi COVID-19 yang muncul pertama kali pada akhir tahun 2019 saat ini telah menyebar ke seluruh dunia dan mempengaruhi segala sendi kehidupan manusia. Penelitian ini bertujuan untuk membangun model SIHQR untuk COVID-19, analisis stabilitas dan simulasi numerik model SEIR pada penyebaran COVID-19. Metode yang digunakan untuk membangun model adalah model SIHQR dengan mempertimbangkan faktor vaksinasi dan isolasi sebagai parameter model, analisis model menggunakan metode matriks generasi untuk mendapatkan bilangan reproduksi dasar dan stabilitas global model distribusi COVID-19. Hasil yang diperoleh dapat dijadikan acuan untuk pencegahan dini penyebaran COVID-19 di Indonesia.

Kata Kunci : Virus Corona (COVID-19), Titik equilibrium, Bilangan Reproduksi Dasar

✉ Corresponding author:
Email Address: fauzi.rahmat@um-tapsel.ac.id (Jl. Stn. Mhd Arief No 32 Padangsidimpuan, Sumatera Utara)
Received 03 Juni 2024, Published 08 Juli 2024

PENDAHULUAN

Pada tanggal 9 Maret 2020, badan kesehatan dunia atau WHO (World Health Organization) secara resmi mendeklarasikan wabah penyakit virus corona (COVID-19) sebagai pandemi global. Dinyatakannya status ini diakibatkan kasus positif di luar China yang meningkat tiga belas kali lipat di 114 negara dengan total kematian pada saat itu mencapai 4,291 orang. Menurut World Health Organization (WHO), COVID-19 menular melalui orang yang telah terinfeksi virus corona. Penyakit dapat dengan mudah menyebar melalui tetesan kecil dari hidung atau mulut ketika seseorang yang terinfeksi virus ini bersin atau batuk. Tetesan itu kemudian mendarat di sebuah benda atau permukaan yang lalu disentuh dan orang sehat tersebut menyentuh mata, hidung atau mulut mereka. Cara penyebaran Virus corona ketika tetesan kecil itu dihirup oleh seseorang ketika berdekatan dengan yang terinfeksi corona.

Dalam perkembangannya, wabah penyakit COVID-19 yang pertama kali terjadi di Wuhan, China pada Desember 2019, hingga Mei 2021 telah menyebar hingga ke 222 negara (Worldometers 2021).

Dengan karakterististik penyebarannya yang sangat cepat di antara manusia, ditambah dengan mobilitas manusia yang sangat tinggi dan lintas batas negara, menjadikan virus ini menjadi lebih berbahaya. Berdasarkan data dari Worldometer sampai pada 26 Mei 2021, kasus positif akibat virus ini telah mencapai 168,5 juta di seluruh dunia dimana Amerika Serikat, India dan Brazil menempati tiga peringkat teratas sebagai negara dengan kasus tertinggi di dunia, meninggalkan China yang menjadi tempat awal penyebaran virus ini (Worldometers, ibid., 2021). Jumlah kasus COVID-19 di Indonesia terus meningkat, hingga 26 Mei 2020 jumlah kasus positif COVID-19 berjumlah 1.786.187 orang dengan 1.642.074 orang (91,9%) sembuh dan jumlah kematian 49.627 orang (2,8%). Tren jumlah kasus dan peta persebaran COVID19 di Indonesia disajikan pada Gambar 1 dan Gambar 2.

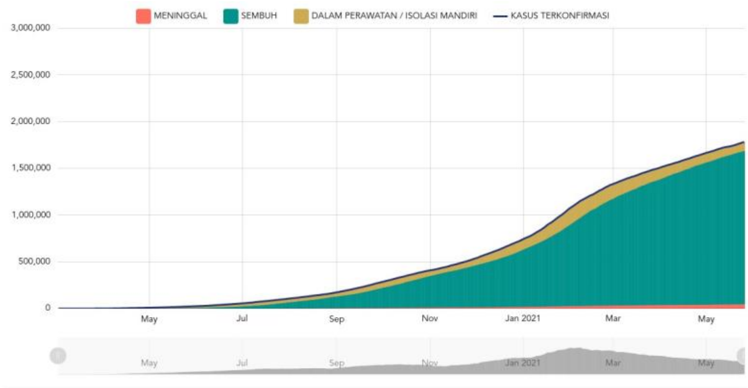

Figure 1. Tren jumlah kasus COVID-19 di Indonesia pada Mei 2021

Figure 2. Peta penyebaran COVID-19 di Indonesia pada Mei 2021

Salah satu upaya pemerintah Indonesia untuk menangani pandemi covid ini adalah dengan pemberian Vakskin. Salah satu jenis vaksin yang digunakan adalah Vaksin Moderna. Vaksin Moderna adalah vaksin untuk mencegah infeksi virus SARS-CoV-2 atau COVID-19. Vaksin Moderna atau mRNA-1273 dikembangkan sejak Januari 2020 oleh Moderna and Vaccine Research Center at the National Institute of Allergy and Infectious Disease (NIAID) di Amerika. Vaksin Moderna merupakan jenis vaksin mRNA (messenger RNA). Vaksin ini tidak menggunakan virus yang dilemahkan atau dimatikan, melainkan menggunakan komponen materi genetik yang membuat sistem kekebalan tubuh memproduksi spike protein. Protein tersebut merupakan bagian dari permukaan virus Corona. Spike protein akan memicu sistem imun untuk menghasilkan antibodi yang bisa melindungi tubuh saat terinfeksi virus Corona. Vaksin Moderna telah mendapatkan izin penggunaan darurat untuk mencegah infeksi COVID-19 pada orang dewasa usia di atas 18 tahun. Dari uji klinis yang sudah dilakukan, vaksin ini menunjukkan nilai efikasi, yaitu efek perlindungan terhadap COVID-19, sebesar 94,1%.

METODE

Model SIHQR merupakan model epidemi yang dilakukan dengan mengelompokkan populasi ke dalam lima kelas yang saling asing, yaitu kelas individu rentan yang dapat terinfeksi (*Susceptible* - S), kelas individu terinfeksi (*Infected* - I), kelas individu yang mendapatkan penanangan di Rumah sakit (*Hospitalized* - H), kelas individu yang melakukan karantina secara mandiri, baik di rumah maupun di tempat lainnya (*Quarantine* - Q) dan kelas individu yang sembuh dari sakit (*Recovered* - R). Selanjutnya, ketika individu-individu di kelima kelas tersebut saling berinteraksi, maka banyaknya individu pada kelas terinfeksi dan keempat kelas lainnya pada waktu tertentu dapat diketahui.

Individu dalam kelas yang terinfeksi dapat menyebabkan individu lain menjadi terinfeksi. Perubahan yang terjadi pada setiap populasi manusia penularan COVID-19 untuk model SIHQR dapat diinterpretasikan oleh Gambar 3.

Asumsi:

(1) Individu terkonfirmasi positif COVID-19 akan langsung dikarantina, baik secara mandiri atau di RS,

(2) Individu yang meninggal saat terkonfirmasi positif dan mendapatkan bantuan medis di Rumah Sakit akan terhitung sebagai korban COVID-19,

(3) Individu yang terkonfirmasi positif dan dirawat di Rumah Sakit tidak akan dipulangkan ke rumah sebelum terkonfirmasi negatif,

(4) Individu yang sembuh akan kebal terhadap penyakit.

(5) Vaksin hanya diberikan kepada populasi yang tidak pernah terkonfirmasi positif covid-19 (rentan).

(6) Sub populasi yang terkonfirmasi positif covid-19 yang berada di tempat isolasi jika keadannya semakin parah akan dibawa ke Rumah sakit.

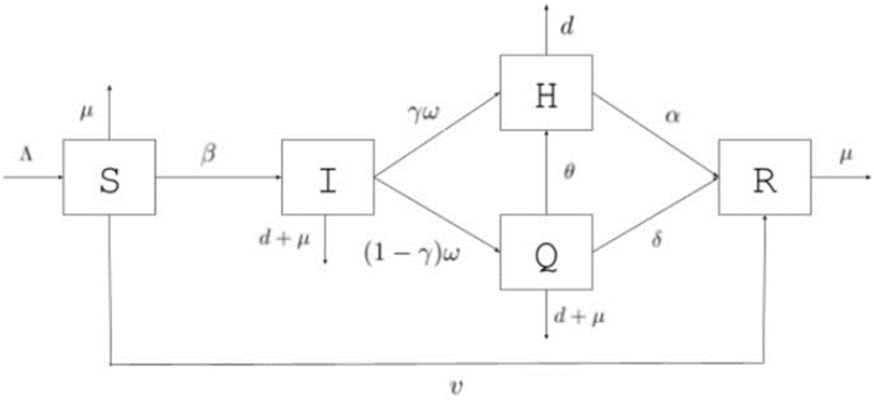

Figure 3. Skema diagram SIHQR

untuk model COVID-19 Definisi variabel dan parameter model SIHQR COVID-19 disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1. Definisi Variabel dan Parameter

Variabel/Parameter	**Definisi**
N	Jumlah populasi total
S	Jumlah populasi *Suspected*
I	Jumlah populasi *Infected*
H	Jumlah populaso *Hospitalized*
Q	Jumlah populasi *Quarantine*
R	Jumlah populasi *Recovered*
Λ	Angka Rekrutmen
μ	Laju kematian alami
d	Laju kematian akibat COVID-19
β	Laju penularan
γ	Proporsi karantina
ω	Laju penanganan individu positif COVID-19
θ	Laju perpindahan individu sakit dari kompartemen Q ke H
δ	Laju penyembuhan pasca karantina mandiri
α	Laju penyembuhan pasca perawatan di RS
v	Laju vaksin x efikasi vaksin

Berdasarkan skema populasi pada Gambar 3, laju perubahan jumlah orang Suspected, Infected, Quarantine dan Recovery dalam model SIHQR penyebaran COVID-19 dapat diartikan sebagai berikut:

$$\frac{dS}{dt} = \Lambda - (\mu + v)S - \beta IS \tag{2.1}$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta SI - (d + \mu + (1-\gamma)\omega + \gamma\omega)I \tag{2.2}$$

$$\frac{dH}{dt} = \gamma\omega I + \theta Q - (d + \alpha)H \tag{2.3}$$

$$\frac{dQ}{dt} = (1-\gamma)\omega I - (\mu + d + \theta + \delta)Q \tag{2.4}$$

$$\frac{dR}{dt} = vS + \alpha H + \delta Q - \mu R \tag{2.5}$$

Selanjutnya didefinisikan N yang merupakan total populasi, sehingga $N = S + I + H + Q + R$, kemudian dilakukan analisis terhadap model matematika pada (2.1)-(2.5) untuk menentukan titik ekuilibrium sistem pada model SIHQR.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Analisa Titik Equilibrium. Berdasarkan persamaan (2.1)-(2.5), analisis ketabilan digunakan untuk memperoleh titik ekuilibrium bebas penyakit dan titik ekuilibrium endemik. Untuk memperoleh dua titik ekuilibrium tersebut, masing-masing persamaan

(2.1)-(2.5) harus sama dengan nol atau

$\frac{dS}{dt} = 0, \frac{dI}{dt} = 0, \frac{dH}{dt} = 0, \frac{dQ}{dt} = 0$ dan $\frac{dR}{dt} = 0$,

yaitu

$$\Lambda - (\mu + v)S - \beta IS = 0 \qquad .6)$$

$$\beta SI - (d + \mu + (1-\gamma)\omega + \gamma\omega)I = 0 \qquad .7)$$

$$\gamma\omega I + \theta Q - (d + \alpha)H = 0 \qquad .8)$$

$$(1-\gamma)\omega I - (\mu + d + \theta + \delta)Q = 0 \qquad .9)$$

$$vS + \alpha H + \delta Q - \mu R = 0 \qquad .10)$$

Sehingga diperoleh titik ekuilibrium S,I,H,Q,R.

2.1.1. *Titik equilibrium bebas penyakit.* Titik equilibrium bebas penyakit adalah titik equilibrium ketika tidak ada penyakit dalam populasi. Untuk mencari titik equilibrium bebas penyakit, maka dilakukan evaluasi untuk $I = H = Q = 0$. Berdasarkan persamaan (2.6) diperoleh

$$\Lambda - (\mu + v)S - \beta IS = 0 \Leftrightarrow S = \frac{\Lambda}{\mu + v}.$$

Berdasarkan persamaan (2.10), diperoleh

$$vS + \alpha H + \delta Q - \mu R = 0 \Leftrightarrow R = \frac{\Lambda v}{\mu(\mu + v)}.$$

Jadi, diperoleh titik equilibrium bebas penyakit

$$E_0 = (S, I, H, Q, R) = \left(\frac{\Lambda}{\mu + v}, 0, 0, 0, \frac{\Lambda v}{\mu(\mu + v)} \right).$$

2.1.2. *Titik equilibrium endemik.* Titik equilibrium endemik adalah titik ekuilibrium ketika eksistensi penyakit, sehingga akan dicari titik equilibrium untuk *I* 6= 0 ,

H 6= 0 dan *Q* 6= 0, diperoleh

$$\begin{aligned} 0 = \frac{dI}{dt} &\Leftrightarrow 0 = \beta SI - (d + \mu + (1 - \gamma)\omega + \gamma\omega)I \\ & 0 = \beta SI - (d + \mu + \omega)I \\ & 0 = (\beta S - (d + \mu + \omega))I \end{aligned}$$

Karena *I* 6= 0, akibatnya

$$\beta S - (d + \mu + \omega) = 0 \Leftrightarrow S = \frac{d + \mu + \omega}{\beta}$$

Selanjutnya,

$$\begin{aligned} 0 = \frac{dS}{dt} &\Leftrightarrow 0 = \Lambda - (\mu + v)S - \beta IS \\ & 0 = \Lambda - (\mu + v)\left(\frac{d + \mu + \omega}{\beta}\right) - \beta I\left(\frac{d + \mu + \omega}{\beta}\right) \\ & I = \frac{\Lambda}{d + \mu + \omega} - \frac{\mu + v}{\beta} \end{aligned}$$

Selanjutnya

$$\begin{aligned} 0 = \frac{dQ}{dt} &\Leftrightarrow 0 = (1 - \gamma)\omega I - (\mu + d + \theta + \delta)Q \\ Q &= \frac{(1 - \gamma)\omega I}{(\mu + d + \theta + \delta)} \\ Q &= \frac{(1 - \gamma)\omega}{(\mu + d + \theta + \delta)} \left(\frac{\Lambda}{d + \mu + \omega} - \frac{\mu + v}{\beta} \right) \end{aligned} \qquad (2.11)$$

Selanjutnya

$$0 = \frac{dH}{dt} \Leftrightarrow 0 = \gamma\omega I + \theta Q - (d+\alpha)H$$
$$(d+\alpha)H = \gamma\omega I + \theta Q$$
$$H = \frac{\gamma\omega A + \theta AB}{d+\alpha} \quad (2.12)$$

dengan $A = \frac{\Lambda}{d+\mu+\omega} - \frac{\mu+v}{\beta}$ dan $B = \frac{(1-\gamma)\omega}{(\mu+d+\theta+\delta)}$

Selanjutnya

$$0 = \frac{dR}{dt} \Leftrightarrow 0 = vS + \alpha H + \delta Q - \mu R$$
$$\mu R = vS + \alpha H + \delta Q - \mu R$$
$$R = \frac{vC}{\mu} + \alpha\frac{\gamma\omega A + \theta AB}{\mu(d+\alpha)} + \frac{\delta AB}{\mu} \quad (2.13)$$

dengan $A = \frac{\Lambda}{d+\mu+\omega} - \frac{\mu+v}{\beta},\ B = \frac{(1-\gamma)\omega}{(\mu+d+\theta+\delta)}$ dan $C = \frac{d+\mu+\omega}{\beta}$

Jadi Diperoleh titik equilibrium Endemiknya adalah

$$E_1 = (S^*, I^*, H^*, Q^*, R^*) = \left(C, A, \frac{\gamma\omega A + \theta AB}{d+\alpha}, AB, \frac{vC}{\mu} + \alpha\left(\frac{\gamma\omega A + \theta AB}{\mu(d+\alpha)}\right) + \frac{\delta AB}{\mu}\right) \quad (2.14)$$

dengan

$A = \frac{\Lambda}{d+\mu+\omega} - \frac{\mu+v}{\beta},\ B = \frac{(1-\gamma)\omega}{(\mu+d+\theta+\delta)}$ dan $C = \frac{d+\mu+\omega}{\beta}$

2.1.3. *Bilangan Reproduksi Dasar (R_0).* Bilangan reproduksi dasar diperoleh dengan menggunakan Metode Pendekatan Operator Generasi Berikutnya *(The Next Generation Operator Approach).* Dari persamaan (2.1)-(2.5) dibentuk vektor

$X = \begin{pmatrix} S \\ R \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} H \\ Q \end{pmatrix}$ dan $Z = I$,

dengan X adalah vektor populasi yang rentan dan sembuh, Y adalah vektor subpopulasi yang terinfeksi dan tidak menularkan dan Z adalah vektor subpopulasi yang terjangkit dan menularkan. Dari model *SIHQR* diperoleh

$$f(X,Y,Z) = \begin{pmatrix} \Lambda - (\mu+v)S - \beta IS \\ vS + \alpha H + \delta Q - \mu R \end{pmatrix},$$
$$g(X,Y,Z) = \begin{pmatrix} \gamma\omega I + \theta Q - (d+\alpha)H \\ (1-\gamma)\omega I - (\mu+d+\theta+\delta)Q \end{pmatrix},$$

dan

$h(X,Y,Z) = \beta SI - (d + \mu + (1-\gamma)\omega + \gamma\omega)I.$

Turunan *h* terhadap *Z* adalah

$$\frac{\partial h}{\partial Z}(X,Y,Z) = \frac{\partial h}{\partial I}(S,I,H,Q,R) = \beta S - (d+\mu+\omega).$$

Titik ekuilibrium bebas penyakitnya adalah $(X^*,0,0) = \left(\frac{\Lambda}{\mu+v},0,0,0,\frac{\Lambda v}{\mu(\mu+v)}\right)$,

sehingga diperoleh

$$\frac{\partial h}{\partial I}\left(\frac{\Lambda}{\mu+v},0,0,0,\frac{\Lambda v}{\mu(\mu+v)}\right) = \beta\left(\frac{\Lambda}{\mu+v}\right) - (d+\mu+\omega) = \frac{\beta\Lambda}{\mu+v} - (d+\mu+\omega).$$

Dipilih $M = \frac{\beta\Lambda}{\mu+v}$ dan *D* = (*d* + *μ* + *ω*), sehingga didapat

$$R_0 = MD^{-1} = \frac{\beta\Lambda}{(\mu+v)(d+\mu+\omega)}.$$

2.2. **Analisis Kestabilan Titik Equilibrium.** Kestabilan kedua titik ekuilibrium yang diperoleh dari masing-masing sistem dianalisis dengan menggunakan nilai eigen dari matriks jacobian sistem pada model SIHQR.

Berikut ini merupakan analisis kestabilan titik ekuilibrium model SIHQR. Pada mulanya dibentuk matriks jacobian dari sistem SIHQR. Didefinisikan $f_1 = \frac{dS}{dt}$, $f_2 = \frac{dI}{dt}$,

$f_3 = \frac{dH}{dt}$, $f_4 = \frac{dQ}{dt}$ dan $f_5 = \frac{dR}{dt}$. Diperoleh matriks jacobian

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial S}{dt} \\ \frac{\partial I}{dt} \\ \frac{\partial H}{dt} \\ \frac{\partial Q}{dt} \\ \frac{\partial R}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial S} & \frac{\partial f_1}{\partial I} & \frac{\partial f_1}{\partial H} & \frac{\partial f_1}{\partial Q} & \frac{\partial f_1}{\partial R} \\ \frac{\partial f_2}{\partial S} & \frac{\partial f_2}{\partial I} & \frac{\partial f_2}{\partial H} & \frac{\partial f_2}{\partial Q} & \frac{\partial f_2}{\partial R} \\ \frac{\partial f_3}{\partial S} & \frac{\partial f_3}{\partial I} & \frac{\partial f_3}{\partial H} & \frac{\partial f_3}{\partial Q} & \frac{\partial f_3}{\partial R} \\ \frac{\partial f_4}{\partial S} & \frac{\partial f_4}{\partial I} & \frac{\partial f_4}{\partial H} & \frac{\partial f_4}{\partial Q} & \frac{\partial f_4}{\partial R} \\ \frac{\partial f_5}{\partial S} & \frac{\partial f_5}{\partial I} & \frac{\partial f_5}{\partial H} & \frac{\partial f_5}{\partial Q} & \frac{\partial f_5}{\partial R} \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

−(*μ* + *v*) − *βI* *βI* 0 0 *v*	−*βS* *βS* − (*d* + *μ* + *ω*) *Γω* (1 − *γ*)*ω* 0	0 0 −(*d* + *α*) 0 *α*	0 0 *θ* −(*μ* + *d* + *θ* + *δ*) *δ*	0 0 0 0 −*μ*	(2.16)

Pertama, akan diselidiki sifat kestabilan lokal bebas penyakit dengan melakukan linearisasi sistem disekitar titik equilibrium $E_0 = (S, I, H, Q, R) = \left(\frac{\Lambda}{\mu+v}, 0, 0, 0, \frac{\Lambda v}{\mu(\mu+v)}\right)$.

Diperoleh

$$J(E_0) = \begin{pmatrix} -(\mu+v) & -\beta(\frac{\Lambda}{\mu+v}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta(\frac{\Lambda}{\mu+v}) - (d+\mu+\omega) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma\omega & -(d+\alpha) & \theta & 0 \\ 0 & (1-\gamma)\omega & 0 & -(\mu+d+\theta+\delta) & 0 \\ v & 0 & \alpha & \delta & -\mu \end{pmatrix}$$

Selanjutnya dicari nilai eigen

$$|\lambda I - J(E_0)| = 0 \tag{2.17}$$

$$\begin{vmatrix} \lambda+(\mu+v) & \beta(\frac{\Lambda}{\mu+v}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda-((\beta(\frac{\Lambda}{\mu+v}) - (d+\mu+\omega)) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\gamma\omega & \lambda+(d+\alpha) & -\theta & 0 \\ 0 & -(1-\gamma)\omega & 0 & \lambda+(\mu+d+\theta+\delta) & 0 \\ -v & 0 & -\alpha & -\delta & \lambda+\mu \end{vmatrix} = 0$$

Diperoleh nilai eigen sebagai berikut

$\lambda_1 = -\mu$, $\lambda_2 = -(d + \alpha)$, $\lambda_3 = -(\mu + v)$, $\lambda_4 = -(\mu + d + +\delta)$.

Kemudian dianalisis untuk λ_5. Diperhatikan bahwa

$$(\lambda - (\frac{\beta\Lambda}{\mu+v} - (d+\mu+\omega))) = 0.$$

Jadi nilai eigennya

$$\lambda_5 = \frac{\beta\Lambda}{\mu+v} - (d+\mu+\omega) = (d+\mu+\omega)(R_0 - 1).$$

Jelas bahwa $\lambda_5 = 0$ apabila $R_0 = 1$ yang berakibat titik E_0 tidak hiperbolik. Berdasarkan definisi titik hiperbolik, berakibat dinamika sistem linear model SIHQR tidak dapat menggambarkan dinamika sistem. Berdasarkan uraian di atas diperoleh teorema berikut.

Teorema 2.1. *Diberikan* $R_0 = \frac{\beta\Lambda}{(\mu+v)(d+\mu+\omega)}$ *dan titik ekuilibrium* $E_0 = (S,I,H,Q,R) = \left(\frac{\Lambda}{\mu+v}, 0, 0, 0, \frac{\Lambda v}{\mu(\mu+v)}\right)$.

(1) *Jika* $R_0 < 1$, *maka titik kesetimbangan* E_0 *stabil asimtotik lokal,*

(2) *Jika* $R_0 > 0$, *maka titik kesetimbangan* E_0 *tidak stabil.*

Selanjutnya, akan dianalisis matriks jacobian untuk mengetahui kestabilan titik ekuilibrium endemik E_1.

$$J(E_1) = \begin{pmatrix} -(\mu + v) - \beta I^* & -\beta S^* & 0 & 0 & \theta \\ \beta I^* & \beta S^* - (d + \mu + \omega) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma\omega & -(\delta + \alpha) & 0 & 0 \\ 0 & (1-\gamma)\omega & 0 & -(\mu + d + \theta + \delta) & 0 \\ v & 0 & \alpha & \delta & -\mu \end{pmatrix}$$

Dengan mensubstitusikan

$$S^* = \frac{d + \mu + \omega}{\beta} = \frac{\Lambda}{R_0(\mu + v)}$$

dan

$$I^* = \frac{\Lambda}{d + \mu + \omega} - \frac{\mu + v}{\beta} = \frac{(\mu + v)R_0}{\beta} - \frac{\Lambda}{R_0(d + \mu + \omega)}$$

diperoleh persamaan karakteristik untuk matriks jacobian di atas adalah

$$(\lambda + \mu)(\lambda + (\delta + \alpha))(\lambda + (\mu + d + \theta + \delta))(\lambda^2 + (\mu + v)R_0\lambda) = 0.$$

Dari persamaan karakteristik di atas diperoleh bahwa terdapat nilai eigen yang memiliki

bagian real sama dengan nol. Akibatnya metode linearisasi tidak dapat digunakan untuk menyelidiki sifat kestabilan titik ekuilibrium endemik model SIHQR. Untuk itu, selanjutnya akan diberikan simulasi numerik.

Simulasi Numerik

Untuk mengetahui dinamika penyebaran virus COVID-19, selanjutnya akan dilakukan analisis secara numerik. Simulasi model dijalankan menggunakan *software* Matematika Matlab. Beberapa parameter diambil sesuai dengan fakta yang ada yang bersumber dari paper [4],[5] dan sebagian diasumsikan. Berikut nilai-nilai parameter yang digunakan dalam melakukan analisis secara numerik.

Tabel 2. Nilai-nilai Parameter

Variabel/Parameter	Nilai Parameter
Angka kelahiran (Λ)	11.000
Laju kematian alami (μ)	0,1392
Laju kematian akibat COVID-19 (d)	0,0276
Proporsi karantina (γ)	0,24
Laju penanganan individu positif COVID-19 (ω)	0,21
Laju perpindahan individu sakit dari kompartemen Q k H(θ)	0,1
Laju penyembuhan pasca karantina mandiri (δ)	0.45
Laju penyembuhan pasca perawatan di RS (α)	0,15
Laju vaksin x efikasi vaksin (v)	0,55

Diambil nilai awal berdasarkan data jumlah penduduk indonesia dan data covid19 pada tanggal 1 juli 2021 yaitu $N(0)$ = 270.200.000, $S(0)$ = 26.785.521, $I(0)$ = 225.000, $H(0)$ = 94.420, $Q(0)$ = 144.948 dan $R(0)$ = 1.880.413. Dengan mengambil parameter $\beta = 4.5 \times 10^{-9}$. Selanjutnya dari paramater yang telah diberikan diperoleh grafik sebagai berikut.

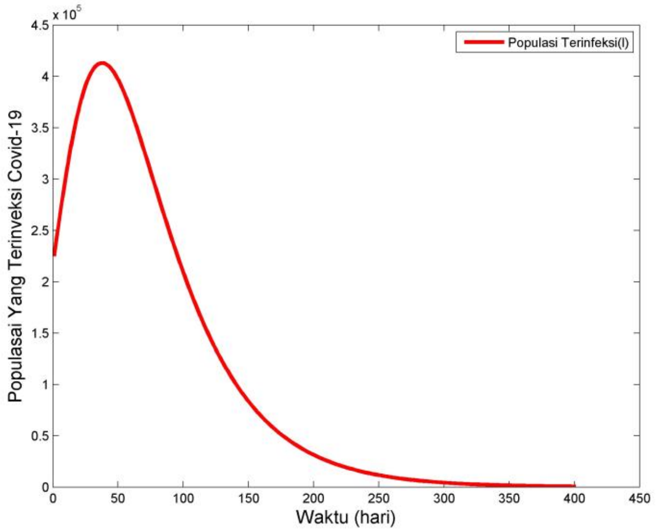

Figure 4. Proyeksi jumlah Terkonfirmasi positif COVID-19

Gambar (4) merupakan proyeksi jumlah terkonfirmasi positif COVID-19. Pada mulanya jumlah terinfeksi COVID-19 akan naik sampai sekitar 420.000, kemudian seiring berjalannya waktu jumlah populasi yang terinfeksi COVID-19 akan menurun. Hal ini disebabkan karena populasi yang terinfeksi akan dibawa ke rumah sakit jika keadaannya parah dan akan dikarantina jika keadaanya tidak terlalu parah. Dari grafik didapat pada sekitar hari ke 400 akan terjadi bebas penyakit.

Gambar (5) merupakan jumlah populasi terkonfirmasi positif COVID-19 yang berada di rumah sakit dan tempat karantina. Dilihat dari Grafik bahwa jumlah populasi terkonfirmasi positif COVID-19 yang berada di karantina awalnya lebih besar dibandingkan dengan jumlah populasi terkonfirmasi positif COVID-19 yang berada di rumah sakit. Namun sekitar 250 hari kemudian jumlah populasi yang berada di rumah sakit lebih banyak. Hal ini disebabkan karena populasi yang dikarantina menuju ke rumah sakit jika kondisinya semakin parah.

Selanjutnya, simulasi jika tidak diberikan vaksinasi terhadap populasi yang rentan $v = 0$, maka akan ditunjukkan oleh grafik (6). Dari Grafik (6) dapat kita ambil kesimpulan bahwa jika penduduk di Indonesia tidak diberikan vaksinasi maka jumlah konfirmasi positif COVID-19 yang mungkin akan terjadi adalah sekitar 25.000.000 orang dari total penduduk 270.200.000 di Indonesia.

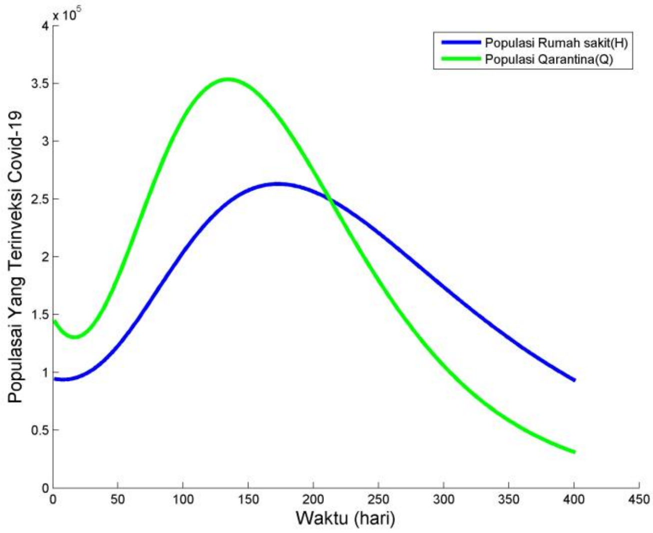

Figure 5. Jumlah Populasi positif COVID-19 di rumah sakit dan tempat karantina

.

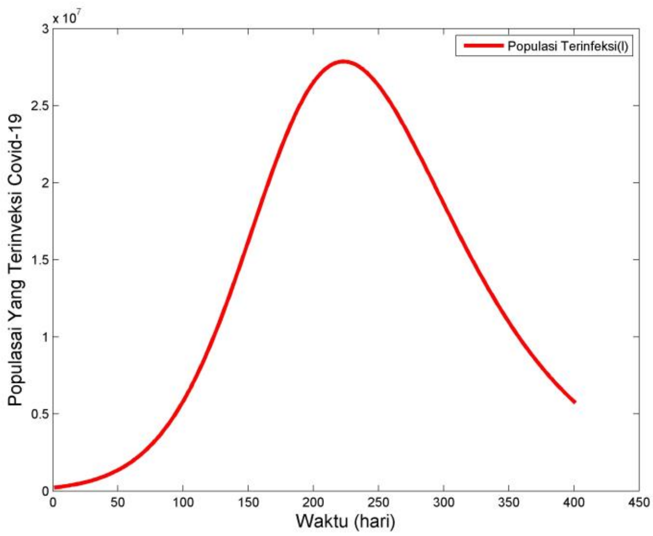

Figure 6. Jumlah Populasi positif COVID-19 Jika tidak diberikan vaksinasi

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian, disimpulkan bahwa model SIHQR bisa menjadi model referensi penyebaran COVID-19 di Indonesia. Analisis model yang dilakukan memberikan gambaran stabilitas global dalam penyebaran COVID-19 dan juga memberikan informasi jika Indonesia berstatus endemis COVID-19. Hasil simulasi yang dijalankan memberikan gambaran prediksi jumlah kasus COVID-19 di Indonesia. Berdasarkan hasil simulasi, vaksin dapat mempercepat penyembuhan COVID-19 dan masa isolasi dapat memperlambat penyebaran COVID-19 di Indonesia. Hasil yang diperoleh dapat dijadikan acuan untuk pencegahan dini penyebaran COVID-19 di Indonesia

DAFTAR PUSTAKA

COVID19.go.id (2021, 25 Mei) Peta Sebaran COVID-19. Diakses pada 26 Mei 2021, dari https://covid19.go.id/peta-sebaran-covid19

CNBCIndonesia.com (2020, 23 Maret) Simak Nih! WHO Ungkap Cara Penyebaran Virus Corona di Dunia. Diakses pada 26 Mei 2021, dari https://www.cnbcindonesia.com/tech/2020032310415837-146860/simak-nih-who-ungkap-cara-penyebaran-virus-corona-di-dunia

AloDokter.com (2021, 10 April) Vaksin Moderna. Diakses pada 26Mei 2021, dari https://www.alodokter.com/vaksin-moderna.

Annas. S., dkk. ”Stability analysis and numerical simulation of SEIR model for pandemic COVID19 spread in Indonesia”.

Alshammari. S, ”A Mathematical Model to Investigate the Transmission of COVID- 19 in the Kingdom of Saudi Arabia”

1–19. http://eprints.um.edu.my/15876/1/ITS_rasch_model_asesment_for_learning.pdf

Sunarto, H. (2006). Perkembangan peserta didik (Cet. ke-3.). In *Jakarta: Depdikbud & Rineka Cipta*.